عموميـــــــــات حول الدوال

حلــول

تمرين 1

$$f(x)=\frac{4|x|+3}{x^2+4x+4}$$

$Df=\{x\in IR \,/\, x^2+4x+4\neq 0\}$

$Df=\{x\in IR \,/\, (x+2)^2\neq 0\}$

$Df=\{x\in IR \,/\, x+2\neq 0\}$

$Df=\{x\in IR \,/\, x\neq -2\}$

$Df=]-\infty,-2[\cup]-2,+\infty[$

$$g(x)=\frac{x^3-5}{2|x-3|-8}$$

$Dg=\{x\in IR/ 2|x-3|-8\neq 0\}$

$Dg=\{x\in IR/ |x-3|\neq 4\}$

$Dg=\{x\in IR/ x-3\neq 4 \text{ et } x-3\neq -4\}$

$Dg=\{x\in IR/ x\neq 7 \text{ et } x\neq -1\}$

$Dg=]-\infty,-1[\cup]-1,7[\cup]7,+\infty[$

$$h(x)=\frac{6+x^4}{x-\frac{1}{x}}$$

$Dh=\left\{x\in IR \,/\, x\neq 0 \text{ et } x-\frac{1}{x}\neq 0\right\}$

$Dh=\left\{x\in IR \,/\, x\neq 0 \text{ et } x\neq \frac{1}{x}\right\}$

$Dh=\{x\in IR \,/\, x\neq 0 \text{ et } x^2\neq 1\}$

$Dh=\{x\in IR \,/\, x\neq 0 \text{ et } x\neq 1 \text{ et } x\neq -1\}$

$Dh=]-\infty,-1[\cup]-1,0[\cup]0,1[\cup]1,+\infty[$

$$p(x)=\frac{5-|x|}{|x|+7}$$

$Dp=\{x\in IR \,/\, |x|+7\neq 0\}$

$Dp=\{x\in IR \,/\, |x|\neq -7\}$

$Dp=IR$

لأن العبارة $|x|\neq -7$ صحيحة لكل x من IR و ذلك

لكون $|x|\geq 0$ بينما $-7<0$

$$q(x)=\frac{(5-x)(2-x)}{x^2+x-6}$$

$Dq=\{x\in IR \,/\, x^2+x-6\neq 0\}$

محددة الحدودية x^2+x-6 هي :

$\Delta=1^2-4\times 1\times(-6)=1+24=25>0$

حلا المعادلة $x^2+x-6=0$ هما :

$x_1=\frac{-1+5}{2}=2$ و $x_2=\frac{-1-5}{2}=-3$

منه :

$Dq=\{x\in IR \,/\, x\neq 2 \text{ et } x\neq -3\}$

$Dq=]-\infty,-3[\cup]-3,2[\cup]2,+\infty[$

$$k(x)=\frac{5-|x|}{x^2-3x+4}$$

$Dk=\{x\in IR/ x^2-3x+4\neq 0\}$

محددة الحدودية x^2-3x+4 هي :

$\Delta=(-3)^2-4\times 1\times 4=9-16=-7<0$

إذن ليس للمعادلة $x^2-3x+4=0$ حل في IR

أي أن العبارة $x^2-3x+4\neq 0$ صحيحة لكل x من IR

بالتالي : $Dk=IR$

تمرين 1

$$t(x)=\frac{5-\sin(x)}{2\sin(x)-1}$$
$$Dt=\{x\in IR\ /\ 2\sin(x)-1\neq 0\}$$
$$Dt=\left\{x\in IR\ /\ \sin(x)\neq\frac{1}{2}\right\}$$
$$Dt=\left\{x\in IR\ /\ \sin(x)\neq\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right\}$$
$$Dt=\left\{x\in IR\ /\ x\neq\frac{\pi}{6}+2k\pi\ \ et\ \ x\neq\pi-\frac{\pi}{6}+2k\pi;k\in Z\right\}$$
$$Dt=\left\{x\in IR\ /\ x\neq\frac{\pi}{6}+2k\pi\ \ et\ \ x\neq\frac{5\pi}{6}+2k\pi;k\in Z\right\}$$
$$Dt=IR\setminus\left\{\frac{\pi}{6}+2k\pi;\frac{5\pi}{6}+2k\pi\ /\ k\in Z\right\}$$

$$m(x)=\sqrt{3-|x-4|}$$
$$Dm=\{x\in IR\ /\ 3-|x-4|\geq 0\}$$
$$Dm=\{x\in IR\ /\ |x-4|\leq 3\}$$
$$Dm=\{x\in IR\ /-3\leq x-4\leq 3\}$$
$$Dm=\{x\in IR\ /1\leq x\leq 7\}$$
$$Dm=[1,7]$$

$$r(x)=\frac{x^2+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+x-2}}$$
$$Dr=\{x\in IR\ /\ x\geq 0\ \ et\ \ x^2+x-2\geq 0\}$$

محددة الحدودية x^2+x-2 هي :

$$\Delta=1^2-4\times1\times(-2)=1+8=9>0$$

حلا المعادلة $x^2+x-6=0$ هما :

$$x_1=\frac{-1+3}{2}=1 \quad \text{و} \quad x_2=\frac{-1-3}{2}=-2$$

إذن :

x		-2	1	
x^2+x-2	+		-	+

منه:

$$Dr=[0,+\infty[\cap(]-\infty,-2]\cup[1,+\infty[)$$
$$Dr=[1,+\infty[$$

$$l(x)=\sqrt{x^3-8}+\frac{1-x}{|x+1|-|x-7|}$$
$$Dl=\{x\in IR\ /\ x^3-8\geq 0\ et\ |x+1|-|x-7|\neq 0\}$$
$$Dl=\{x\in IR\ /\ x^3\geq 8\ et\ |x+1|\neq|x-7|\}$$
$$Dl=\left\{x\in IR\ /\ x\geq 2\quad et\quad \begin{matrix}x+1\neq x-7\\ x+1\neq 7-x\end{matrix}\right\}$$
$$Dl=\{x\in IR\ /\ x\geq 2\quad et\quad 1\neq -7\quad et\quad 2x\neq 6\}$$
$$Dl=\{x\in IR\ /\ x\geq 2\quad et\quad x\neq 3\}$$
$$Dl=[2,3[\cup]3,+\infty[$$

: لتحديد مجموعة التعريف يجب أن نبحث عن قيم x بحيث يكون : المقام غير منعدم – ما بداخل الجذر المربع موجب و هذا ما يؤدي غالبا إلى البحث عن حلول معادلة أو متراجحة.

تمرين 2

<table>
<tr>
<td>

$$f(x)=\frac{x^3}{|x|+5}$$

-1
$$Df=\{x\in IR \,/\, |x|+5\neq 0\}$$
$$Df=\{x\in IR \,/\, |x|\neq -5\}$$
$$Df=IR$$

-2 لدينا : $x\in IR \Rightarrow -x\in IR$

-3
$$\forall x\in IR\;\; f(-x)=\frac{(-x)^3}{|-x|+5}$$
$$f(-x)=\frac{-x^3}{|x|+5}=-f(x)$$

$\boxed{\text{إذن } f \text{ دالة فردية}}$

</td>
<td>

$$g(x)=\frac{\cos(x)}{x^4+x^2+1}$$

-1
$$Dg=\{x\in IR \,/\, x^4+x^2+1\neq 0\}$$
$$Dg=\{x\in IR \,/\, (x^2)^2+(x^2)+1\neq 0\} \quad (\Delta<0)$$
$$Dg=IR$$

-2 لدينا : $x\in IR \Rightarrow -x\in IR$

-3
$$\forall x\in IR\;\; g(-x)=\frac{\cos(-x)}{(-x)^4+(-x)^2+1}$$
$$g(-x)=\frac{\cos(x)}{x^4+x^2+1}=g(x)$$

$\boxed{\text{إذن } g \text{ دالة زوجية}}$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

$$h(x)=\frac{\sin(x)}{x^3-1}$$

-1
$$Dh=\{x\in IR \,/\, x^3-1\neq 0\}$$
$$Dh=\{x\in IR \,/\, x^3\neq 1\}$$
$$Dh=\{x\in IR \,/\, x\neq 1\}$$
$$Dh=]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$$

-2 لدينا : $-1\in Dh$ لكن $-1\notin Dh$

$\boxed{\text{إذن } h \text{ ليست بدالة زوجية و لا فردية}}$

</td>
<td>

$$p(x)=|x|+|x+1|+|x-1|$$

-1 $Dp=IR$

-2 لدينا : $x\in IR \Rightarrow -x\in IR$

-3
$$\forall x\in IR\;\; p(-x)=|x|+|x+1|+|x-1|$$
$$p(-x)=|-x|+|-x+1|+|-x-1|$$
$$p(-x)=|x|+|1-x|+|-(x+1)|$$
$$p(-x)=|x|+|x-1|+|x+1|$$
$$p(-x)=p(x)$$

$\boxed{\text{إذن } p \text{ دالة زوجية}}$

</td>
</tr>
</table>

$$k(x)=\frac{\sqrt{|x-2|}+\sqrt{|x+2|}}{x^4-1}$$

-1
$$Dk=\{x\in IR \,/\, x^4-1\neq 0 \;et\; |x-2|\geq 0 \;\; et \;|x+2|\geq 0\}$$
$$Dk=\{x\in IR \,/\, x^4\neq 1\}$$
$$Dk=\{x\in IR \,/\, x^2\neq 1\}$$
$$Dk=\{x\in IR \,/\, x\neq 1 \;\; et \;\; x\neq -1\}$$
$$Dk=]-\infty,-1[\cup]-1,1[\cup]1,+\infty[$$

-2 لدينا : $x\in Df \Rightarrow x\neq 1 \;et\; x\neq -1 \Rightarrow -x\neq -1 \;et\; -x\neq 1 \Rightarrow -x\in Df$

-3
$$\forall x\in IR\;\; k(-x)=\frac{\sqrt{|-x-2|}+\sqrt{|-x+2|}}{(-x)^4-1}=\frac{\sqrt{|-(x+2)|}+\sqrt{|x-2|}}{x^4-1}=\frac{\sqrt{|x+2|}+\sqrt{|x-2|}}{x^4-1}=k(x)$$

$\boxed{\text{إذن } k \text{ دالة زوجية}}$

تمرين 3

نعتبر الدالة : $f(x)=\dfrac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}$

-1 محددة الحدودية x^2+2x+2 هي : $\Delta=2^2-4\times1\times2=4-8=-4<0$

إذن للحدودية x^2+2x+2 نفس إشارة $a=1$ أي أنها موجبة قطعا لكل x من IR

-2 حدد

$$D_f=\{x\in IR/\ x^2+2x+2\neq 0\}$$

$$D_f=IR$$

-3 لدينا :

$$f(x)-1=\frac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}-1=\frac{2x^2+4x+3-(x^2+2x+2)}{x^2+2x+2}=\frac{2x^2+4x+3-x^2-2x-2}{x^2+2x+2}$$

$$f(x)-1=\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2}=\frac{(x+1)^2}{x^2+2x+2}\geq 0$$

و لدينا :

$$f(x)-2=\frac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}-2=\frac{2x^2+4x+3-2(x^2+2x+2)}{x^2+2x+2}=\frac{2x^2+4x+3-2x^2-4x-4}{x^2+2x+2}$$

$$f(x)-2=\frac{-1}{x^2+2x+2}<0$$

(استعملنا السؤال الأول و ذلك لتحديد إشارة المقام)

بالتالي : $\boxed{\forall x\in IR\quad 1\leq f(x)<2}$

تمرين 4

نعتبر الدالة : $f(x)=|x|+\dfrac{1}{|x|}$

-1 حدد

$$D_f=\{x\in IR/\ |x|\neq 0\}$$

$$D_f=]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$$

-2 لدينا : $\forall x\in Df\qquad f(x)-2=|x|+\dfrac{1}{|x|}-2=\dfrac{|x|^2+1-2|x|}{|x|}=\dfrac{(|x|-1)^2}{|x|}\geq 0$

منه : $f(x)\geq 2\quad \forall x\in Df$ إذن f مصغورة بالعدد 2

-3 لدينا f مصغورة بالعدد 2 و لدينا : $f(1)=1+\dfrac{1}{1}=2$ ، إذن f تقبل قيمة دنوية في النقطة : $x=1$

تمرين 5

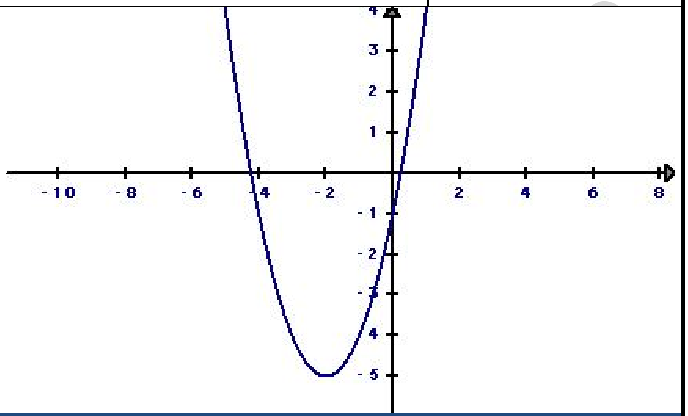
$f(x) = x^2 + 4x - 1$

f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم رأسه :

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2} = -2$$

إذن :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	-5	$\nearrow$



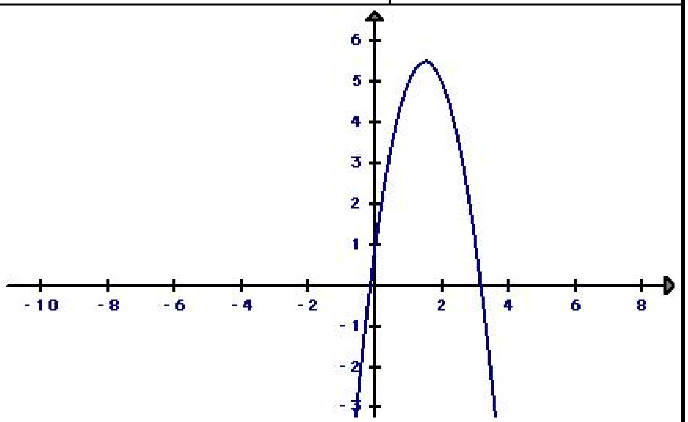
$f(x) = -2x^2 + 6x + 1$

f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم

رأسه : $\frac{-}{2a} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$

إذن :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{11}{2}$	$\searrow$



: لاحظ أن رتابة الدالة تعتمد على إشارة المعامل a

تمرين 5

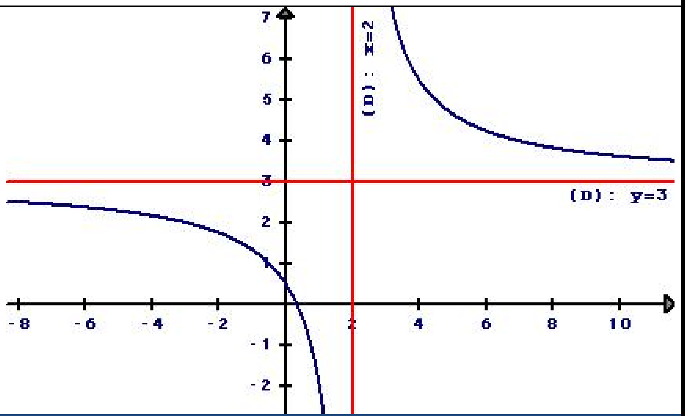
$$\boxed{f(x)=\frac{3x-1}{x-2}}$$

f عبارة عن دالة على شكل $\frac{ax+b}{cx+d}$ ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن هذلول:

و لدينا : $f(x)-3=\frac{3x-1}{x-2}-3=\frac{3x-1-3x+6}{x-2}=\frac{5}{x-2}$

إذن الهذلول مركزه : $\Omega(2,3)$ و بما أن $5>0$ فالدالة تناقصية

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	↘	‖	↘



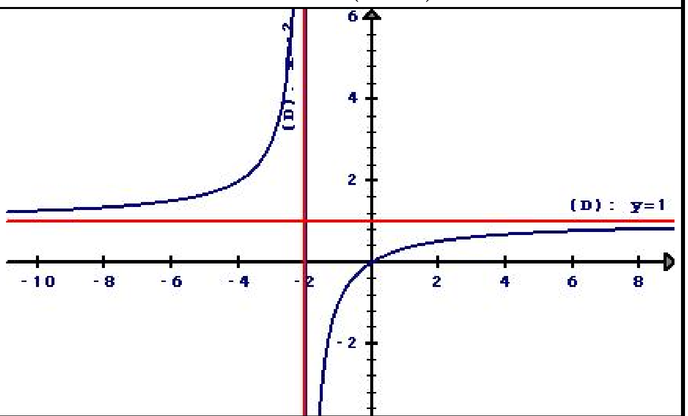
$$\boxed{f(x)=\frac{x}{x+2}}$$

f عبارة عن دالة على شكل $\frac{ax+b}{cx+d}$ ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن هذلول:

و لدينا : $f(x)-1=\frac{x}{x+2}-1=\frac{x-x-2}{x+2}=\frac{-2}{x+2}$

إذن الهذلول مركزه : $\Omega(-2,1)$ و بما أن $-2<0$ فالدالة تزايدية

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	↗	‖	↗



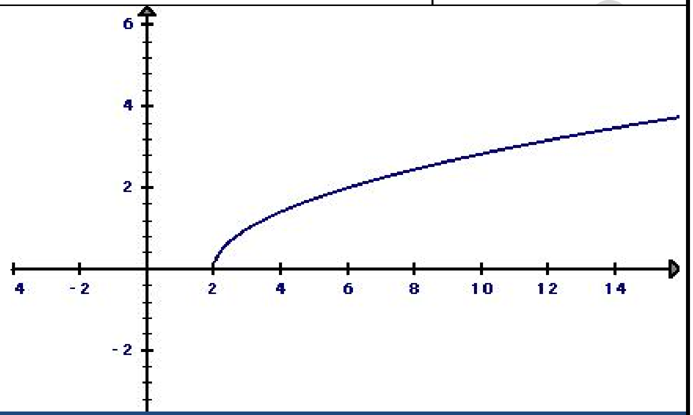
لاحظ أنه لتحديد مركز الهذلول نحسب الفرق $\frac{ax+b}{cx+d}-\frac{a}{c}$

تمرين 5

$f(x)=\sqrt{x-2}$

f عبارة عن دالة على شكل $\sqrt{x+a}$، إذن :

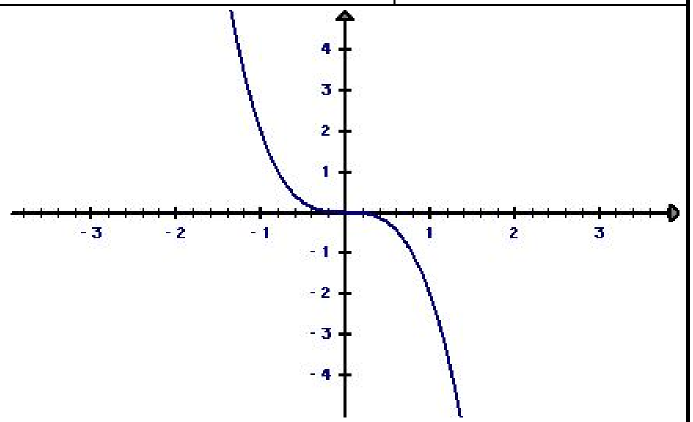
x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	(hatched)	0	$\nearrow$



$f(x)=-2x^3$

f عبارة عن دالة على شكل $a\,x^3$ و بما أن $a=-2<0$، فإن :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\searrow$



: لاحظ أن رتابة الدالة تعتمد على إشارة المعامل a

تمرين 6

$\begin{aligned} g\circ f(x)&=g(f(x))=(f(x))^2-1\\ &=(2x+1)^2-1\\ &=4x^2+4x+1-1\\ &=4x^2+4x \end{aligned}$	$\begin{aligned} f\circ g(x)&=f(g(x))=2g(x)+1\\ &=2(x^2-1)+1\\ &=2x^2-2+1\\ &=2x^2-1 \end{aligned}$	$\begin{cases} f(x)=2x+1\\ g(x)=x^2-1 \end{cases}$
$\begin{aligned} g\circ f(x)&=g(f(x))=\frac{2f(x)}{f(x)-3}\\ &=\frac{2\frac{x+1}{x}}{\frac{x+1}{x}-3}=\frac{\frac{2x+2}{x}}{\frac{x+1-3x}{x}}\\ &=\frac{2x+2}{x}\times\frac{x}{-2x+1}=\frac{2x+2}{-2x+1} \end{aligned}$	$\begin{aligned} f\circ g(x)&=f(g(x))=\frac{g(x)+1}{g(x)}\\ &=\frac{\frac{2x}{x-3}+1}{\frac{2x}{x-3}}=\frac{\frac{2x+x-3}{x-3}}{\frac{2x}{x-3}}\\ &=\frac{3x-3}{x-3}\times\frac{x-3}{2x}=\frac{3x-3}{2x} \end{aligned}$	$\begin{cases} f(x)=\frac{x+1}{x}\\ g(x)=\frac{2x}{x-3} \end{cases}$
$\begin{aligned} g\circ f(x)&=g(f(x))=\frac{(f(x))^2+3}{(f(x))^2}\\ &=\frac{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2+3}{\left(\sqrt{1+x^2}\right)^2}\\ &=\frac{1+x^2+3}{1+x^2}\\ &=\frac{x^2+4}{x^2+1} \end{aligned}$	$\begin{aligned} f\circ g(x)&=f(g(x))=\sqrt{1+(g(x))^2}\\ &=\sqrt{1+\left(\frac{x^2+3}{x^2}\right)^2}\\ &=\sqrt{\frac{x^4+(x^2+3)^2}{x^4}}\\ &=\sqrt{\frac{x^4+x^4+6x^2+9}{x^4}}\\ &=\frac{\sqrt{2x^4+6x^2+9}}{x^2} \end{aligned}$	$\begin{cases} f(x)=\sqrt{1+x^2}\\ g(x)=\frac{x^2+3}{x^2} \end{cases}$
$\begin{aligned} g\circ f(x)&=g(f(x))=\sqrt{(f(x))^2-1}\\ &=\sqrt{1+x^2-1}=\sqrt{x^2}=\lvert x\rvert \end{aligned}$	$\begin{aligned} f\circ g(x)&=f(g(x))=\sqrt{1+(g(x))^2}\\ &=\sqrt{1+x^2-1}=\sqrt{x^2}=\lvert x\rvert \end{aligned}$	$\begin{cases} f(x)=\sqrt{1+x^2}\\ g(x)=\sqrt{x^2-1} \end{cases}$

: ستلاحظ من خلال الأمثلة المقدمة أنه عموما يكون $f\circ g(x)\neq g\circ f(x)$ ، لكن يمكن أن نحصل على التساوي في بعض الحالات.

تمرين 7

$f(x)=x^2+4x+1$ و $g(x)=\sqrt{x+4}$ و $h(x)=\sqrt{x^2+4x+5}$

1

f دالة حدودية منه: $Df=IR$

$Dg=\{x\in IR/\ x+4\geq 0\}$
$Dg=\{x\in IR/\ x\geq -4\}$
$Dg=[-4;+\infty[$

$Dh=\{x\in IR/\ x^2+4x+5\geq 0\}$
$\Delta=16-20=-4<0$
منه : $Dh=IR$

2

لنبين أن : $\forall x\in IR\quad f(x)\geq -3$

لدينا : $\forall x\in IR\quad f(x)-(-3)=x^2+4x+1+3=x^2+4x+4=(x+2)^2\geq 0$

بالتالي : $\forall x\in IR\quad f(x)\geq -3$

3

لنبين أن : $\forall x\in IR\quad h(x)\geq 1$

لدينا : $\forall x\in IR\quad h^2(x)-1^2=x^2+4x+5-1=x^2+4x+4=(x+2)^2\geq 0$

إذن : $\forall x\in IR\quad h^2(x)\geq 1$ و بما أن : $\forall x\in IR\quad h(x)\geq 0$ فإن : $\forall x\in IR\quad h(x)\geq 1$

4

f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم رأسه : $\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{2}=-2$

إذن :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	-3	$\nearrow$

g عبارة عن دالة على شكل $\sqrt{x+a}$، إذن :

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
$g(x)$		0	$\nearrow$

5

لدينا : $\forall x\in IR\quad g\circ f(x)=g(f(x))=\sqrt{f(x)+4}=\sqrt{x^2+4x+1+4}=\sqrt{x^2+4x+5}=h(x)$

6

رتابة الدالة h على $]-\infty;-2]$

- لدينا f تناقصية على $]-\infty;-2]$
- لدينا $f(]-\infty;-2])=[f(-2);+\infty[=[-3;+\infty[$
- لدينا g تزايدية على $[-3;+\infty[$

إذن h تناقصية على $]-\infty;-2]$

رتابة الدالة h على $[-2;+\infty[$

- لدينا f تزايدية على $[-2;+\infty[$
- لدينا $f([-2;+\infty[)=[f(-2);+\infty[=[-3;+\infty[$
- لدينا g تزايدية على $[-3;+\infty[$

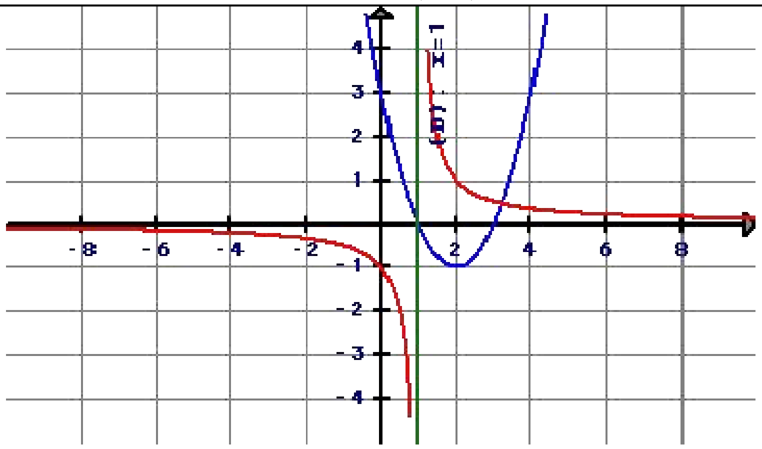
إذن h تزايدية على $[-2;+\infty[$

: لتحديد رتابة المركب $p\circ q(x)$ على مجال I ، نتبع 3 مراحل:

-1 ندرس رتابة $q(x)$ على I -2 نحسب J صورة I بالدالة $q(x)$ -3 ندرس رتابة الدالة $p(x)$ على المجال J

و في الأخير نحدد رتابة المركب انطلاقا من نتائج المرحلتين الأولى و الثالثة مثل قاعدة إشارة جذاء

تمرين 8

		$f(x)=x^2-4x+3$ و $g(x)=\dfrac{1}{x-1}$
1	أ	f دالة حدودية من الدرجة الثانية إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم
	ب	لنحدد نقطتي تقاطع Cf و محور الأفاصيل، أي لنحل المعادلة : $f(x)=0$ أي $x^2-4x+3=0$ لدينا $\Delta=16-12=4>0$ منه : $x^2-4x+3=0 \Rightarrow x=\dfrac{4+2}{2}=3 \ ou \ x=\dfrac{4-2}{2}=1$ بالتالي : Cf يتقاطع مع محور الأفاصيل في النقطتين : $A(1;0)$ و $B(3;0)$
	ج	 Cf شلجم رأسه $E(1,\ f(1))$ منه :
2		Cg عبارة عن هذلول مركزه $F(1,0)$ و مقارباه هما المستقيمان : $(D_1):\ x=1$ و $(D_2):\ y=0$ (انظر الشكل السابق)
3	أ	بما أن العدد 1 ليس حلا للمعادلة (E) ($1-5+7-4=-1\neq 0$) فإن : لكل $x\neq 1$: $f(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2-4x+3=\dfrac{1}{x-1} \Leftrightarrow (x-1)(x^2-4x+3)=1$ $\Leftrightarrow x^3-4x^2+3x-x^2+4x-3-1=0 \Leftrightarrow x^3-5x^2+7x-4=0$
	ب	بما أن Cf و Cg يتقاطعان في نقطة وحيدة ، فإن المعادلة (E) تقبل حلا و حيدا
		: في السؤال الأخير غير مطلوب تحديد الحل أو الحلول،فقط عدد الحلول إن وجدت.

تمرين 9

$f(x)=x^2-x$ و $g(x)=\sqrt{|x|}$ و $(\Delta):\ y=-2x+2$

1 أ

f عبارة عن دالة حدودية من الدرجة الثانية ، إذن تمثيلها المبياني عبارة عن شلجم رأسه :

$$\frac{-b}{2a}=\frac{-(-1)}{2}=\frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$\frac{-1}{4}$	$\nearrow$

لدينا : $Dg=\{x\in IR/|x|\geq 0\}=IR$

و $\forall x\in IR\ \ g(-x)=\sqrt{|-x|}=\sqrt{|x|}=g(x)$

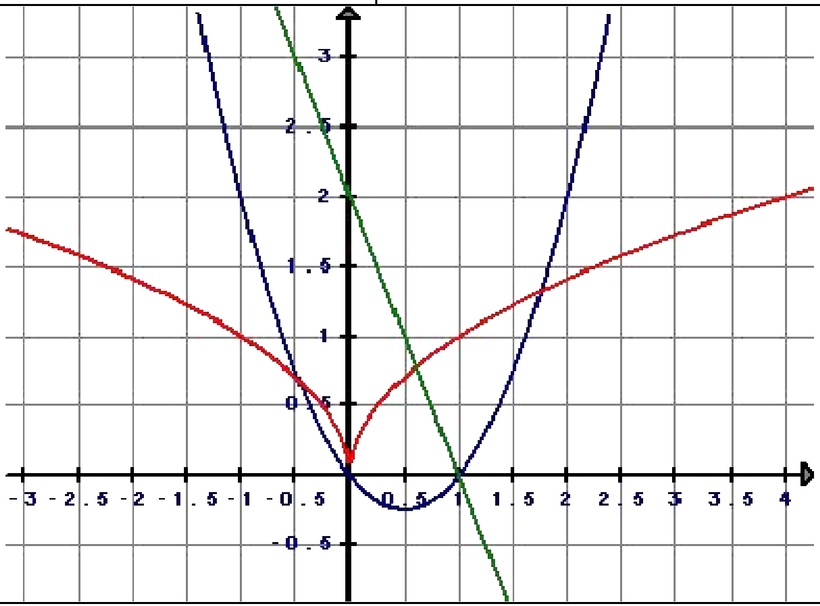
إذن : g دالة زوجية

من جهة أخرى : $\forall x\in IR^+\ \ g(x)=\sqrt{x}$

إذن جدول تغيراتها هو :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

ب



2

المعادلة $\sqrt{|x|}+2x=2$ تكافئ $g(x)=-2x+2$

مبيانيا نجد أن Cg و (Δ) يتقاطعان في نقطة واحدة، إذن المعادلة السابقة تقبل حلا وحيدا.

3

لنحدد جبريا إحداثيتي نقط تقاطع (C_f) و (Δ)

من أجل ذلك نحل أولا المعادلة : $f(x)=-2x+2$ أي : $x^2-x=-2x+2$ أي : $x^2-x+2x-2=0$

أي $x^2+x-2=0$ ، لدينا: $\Delta=1+8=9$ منه : $x=\frac{-1+3}{2}=1$ أو $x=\frac{-1-3}{2}=-2$

إذن (C_f) و (Δ) يتقاطعان في النقطتين : $E(1,\ f(1))$ و $F(-2,\ f(-2))$ أي : $\boxed{E(1,0)\ \text{و}\ F(-2,6)}$

4 أ

مبيانيا نجد أن:

حل المتراجحة $g(x)\leq 3$ هو : $S=[-9;9]$

و حل المتراجحة $g(x)\geq 2$ هو : $S=]-\infty,-4]\cup[4,+\infty[$

و حل المتراجحة $-2x+2<f(x)<2$ هو : $S=(]-\infty,-2]\cup[1,+\infty[)\cap[-1,2]=[1;2]$

ب

$g\left(\left[0;\frac{1}{4}\right[\right)=\left[0;\frac{1}{2}\right[$ و $g\left(\left[\frac{1}{4};+\infty\right[\right)=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

$f([-2;1])=\left[\frac{-1}{4};6\right]$ و $f([2;+\infty[)=[2;+\infty[$

و $f(]-\infty;0])=[0;+\infty[$

تمرين 9

5	لدينا : $Dh = IR^{+}$ و $\forall x \in IR^{+}\ \ h(x) = x - \sqrt{x} = \left(\sqrt{x}\right)^{2} - \sqrt{x} = f\left(\sqrt{x}\right) = f(g(x)) = f \circ g(x)$	
6	رتابة الدالة h على $\left[0;\frac{1}{4}\right[$ 📖 لدينا g تزايدية على $\left[0;\frac{1}{4}\right[$ 📖 لدينا $g\left(\left[0;\frac{1}{4}\right[\right) = \left[0;\frac{1}{2}\right[$ 📖 لدينا f تناقصية على $\left[0;\frac{1}{2}\right[$ إذن h تناقصية على $\left[0;\frac{1}{4}\right[$	رتابة الدالة h على $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$ 📖 لدينا g تزايدية على $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$ 📖 لدينا $g\left(\left[\frac{1}{4};+\infty\right[\right) = \left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ 📖 لدينا f تزايدية على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ إذن h تزايدية على $\left[\frac{1}{4};+\infty\right[$

: بعض المراحل تم تجاوزها إما لكونها واضحة أو لكونها تتطلب شروحات كثيرة